



ΑΠΕΙΡΟΣΤΙΚΟΣ ΛΟΓΙΣΜΟΣ II

ΤΥΠΟΛΟΓΙΟ ΒΑΣΙΚΩΝ ΣΕΙΡΩΝ

Αρμονική Σειρά τάξης $\rho > 0$:

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{n^\rho} \begin{cases} < +\infty, \rho > 1 \\ = +\infty, 0 < \rho \leq 1 \end{cases}$$

Γεωμετρική σειρά:

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \omega^{n-1} < +\infty \Leftrightarrow |\omega| < 1$$

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \omega^{n-1} = \frac{1}{1-\omega} \quad \text{και} \quad \sum_{n=1}^{+\infty} |\omega|^{n-1} = \frac{1}{1-|\omega|}, \quad \text{για κάθε } |\omega| < 1$$

Εναλλασσόμενη αρμονική σειρά τάξης $\rho > 0$:

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(-1)^n}{n^\rho} < +\infty \text{ και}$$

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \left| \frac{(-1)^n}{n^\rho} \right| = \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{n^\rho} < +\infty \Leftrightarrow \rho > 1$$

Η Σειρά του e :

$$\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{1}{n!} = e$$

Τηλεσκοπική Σειρά:

$$H \ (x_n)_{n \in \mathbb{N}} \text{ έχει } \lim_n x_n = a \in \mathbb{R} \cup \{\pm\infty\} \Rightarrow \sum_{n=2}^{+\infty} (x_n - x_{n-1}) = a - x_1 \in \begin{cases} \mathbb{R}, & \text{αν } a \in \mathbb{R} \\ \pm\infty, & \text{αν } a = \pm\infty \end{cases}$$

Αλλιώς,

αν η $(x_n)_{n \in \mathbb{N}}$ δεν έχει όριο, τότε η σειρά

$$\sum_{n=2}^{+\infty} (x_n - x_{n-1}) \text{ ταλαντεύεται}$$